

LIBRIS

We know
books

7

MATE[®]
2000⁺

consolidare

Anton Negrilă
Maria Negrilă

partea I

matematică

algebră • geometrie

Editura Paralela 45

RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎNȚIALĂ	5
Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale	5
Algebră	5
Geometrie	11

ALGEBRĂ

Capitolul I: MULȚIMEA NUMERELOR REALE	14
Rădăcina pătrată	15
1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	15
Test de autoevaluare	19
2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ	21
Test de autoevaluare	27
Mulțimea numerelor reale	29
1. Modulul unui număr real. Reprezentarea pe axă a numerelor reale. Aproximări și rotunjiri. Ordonări	29
Recapitulare și sistematizare prin teste	34
2. Reguli de calcul cu radicali	35
2.1. Produsul radicalilor	35
2.2. Câtul radicalilor	35
2.3. Scoaterea factorilor de sub radical	36
2.4. Introducerea factorilor sub radical	37
3. Operații cu numere reale	39
Test de autoevaluare	47
4. Raționalizarea numitorului unei fracții	49
Exerciții recapitulative. Operații cu numere reale. Raționalizarea numitorilor	56
5. Formule de calcul prescurtat	59
6. Media geometrică a două numere reale nenegative	60
Exerciții recapitulative. Media aritmetică și media geometrică ale numerelor reale	63
7. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	64
Recapitulare și sistematizare prin teste	65
Test de autoevaluare	69
8. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$	71
9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	74
Recapitulare și sistematizare prin teste	75

PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR	79
---	----

GEOMETRIE

Capitolul I: PATRULATERE	81
1. Patrulater convexe	82
2. Paralelogramul	84
Recapitulare și sistematizare prin teste	87
Test de autoevaluare	89
3. Linia mijlocie în triunghi	91
Recapitulare și sistematizare prin teste	94
4. Dreptunghiul	95
Test de autoevaluare	99

5. Rombul.....	101
Test de autoevaluare	103
6. Pătratul	105
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	107
Test de autoevaluare	109
7. Centrul de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate.....	111
8. Trapezul	113
9. Linia mijlocie în trapez.....	115
Test de autoevaluare	117
10. Aria triunghiului și aria patrulaterului.....	119
11. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	128
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	129
Test de autoevaluare	131
Capitolul II: CERCUL.....	133
1. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	135
2. Triunghi și patrulater înscrise într-un cerc.....	139
3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc.....	142
4. Lungimea cercului și aria discului.....	143
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	147
Test de autoevaluare	149
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA FINALĂ.....	151
TESTE RECAPITULATIVE.....	157
PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR.....	159
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	161

**PE TESTE CU EXERCII ȘI PROBLEME RECAPITULATIVE
PENTRU PREGĂTIREA TESTĂRII ÎNȚIALE**

ALGEBRĂ

TESTUL 1

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-4) \cdot (+6) - [(-24) : (+3) - (-28) : (-7) - (+16) : (-8)] \text{ și}$$

$$b = [(-6) \cdot (+2) - (-5) \cdot (+3) - (-7) \cdot (-3)] : (-12 + 15).$$

Calculați $n = a - b$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-3) \cdot (+7) - [(-18) : (+3) - (+24) : (-6) + (-32) : (-4)] \cdot (-11 + 9) \text{ și}$$

$$y = [(-7) \cdot (+4) - (-8) \cdot (+3) - (-6) \cdot (-2)] : (-6 + 8).$$

Calculați $n = x + y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $27 - 3(2x - 3) = 18;$

c) $2(5x - 13) + 33 = 3(2x + 1) + 20;$

b) $2(3x + 4) - 15 = 11;$

d) $3x + 5 - 2(x + 2) = 8 + 3(x - 1).$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $11 - 2(3x - 4) > 1;$

c) $17x + 19 \leq 6(2x + 5) + 2(x - 5) + 11.$

b) $2(2x + 1) + 13 \leq 3(x - 1) + 22;$

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x + 3| \leq 2;$

b) $|2x + 5| < 9;$

c) $2[3 \cdot |2x - 7| - 7] - 23 < 17.$

5. Determinați valorile întregi ale lui n , pentru care:

a) $\frac{n+10}{n+1} \in \mathbb{Z};$

b) $\frac{3n+14}{n+2} \in \mathbb{Z};$

c) $\frac{4n+7}{2n-1} \in \mathbb{Z};$

d) $\frac{3n+8}{2n+1} \in \mathbb{Z}.$

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \left(+\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(-\frac{15}{16}\right);$

b) $\left(+\frac{16}{21}\right) \cdot \left(-\frac{35}{32}\right) - \left(-\frac{24}{49}\right) \cdot \left(+\frac{21}{32}\right);$

c) $\left(-\frac{5}{18} + \frac{7}{12}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{11}\right) - \left(-\frac{13}{24} + \frac{7}{18}\right) \cdot \left(-1\frac{5}{22}\right);$

d) $\left(-\frac{1}{10} + \frac{2}{15}\right) \cdot \left(-7\frac{1}{2}\right) + (-4) \cdot \left(-\frac{7}{20} + \frac{4}{15}\right).$

7. Numerele 377, 517 și 803, împărțite la același număr natural nenul n , dau câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv, 11. Determinați valorile împărțitorului n .

8. Determinați cel mai mic număr natural n , care împărțit pe rând la 20, 24 și, respectiv, 28, se obțin câturile nenule, iar resturile egale cu 14, 18 și, respectiv, 22.

9. Determinați cifrele a și b , astfel încât următoarele relații să fie adevărate:

a) $\overline{a24b} : 12;$

b) $\overline{a68b} : 18;$

c) $\overline{7a4b} : 36.$

10. a) Determinați numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 12$ și $[a; b] = 504$.
 b) Se consideră numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 15$ și $[a; b] = 1575$.
 Determinați valorile diferenței $b - a$.

11. Arătați că pentru orice număr natural n , fracțiile de mai jos sunt ireductibile:

a) $\frac{9n+17}{12n+23}$; b) $\frac{8n+11}{12n+17}$; c) $\frac{6n+7}{9n+10}$; d) $\frac{9n+11}{12n+15}$.

12. Arătați că, pentru orice număr natural n , numărul $A = 3^{n+1} \cdot 2^{2n} \cdot 24 + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+2} + 2^{n+3} \cdot 6^n - 3^{n+1} \cdot 4^{n+2}$ se divide cu 17.

13. Arătați că, pentru orice număr natural n , numărul $A = 4^{n+4} - 5 \cdot 4^{n+3} + 7 \cdot 4^{n+2} - 3 \cdot 4^{n+1} + 6 \cdot 4^n$ este divizibil cu 21.

TESTUL 2

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-7 + 11) \cdot [(+7) \cdot (-5) - (-8) \cdot (+4)] \text{ și}$$

$$b = (-12 + 9) \cdot [(-5) \cdot (+9) + (-6) \cdot (-8)].$$

Calculați $n = a - 2b$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-8 + 12) \cdot [(-7) \cdot (-6) - (-8) \cdot (-9) - (+3) \cdot (-8)] \text{ și}$$

$$y = (-15 + 12) \cdot [(-72) : (-9) - (-56) : (+8) - (-54) : (-6)].$$

Calculați $n = x - y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $5x - 2(x - 7) - 9 = x + 15$;

b) $3(2x + 7) - 14 = 2(2x - 5) + 3$;

c) $2[3(2x - 3) - 8] - 9 = 5$;

d) $3(3x + 4) - 5 = 2(2x + 7) + 13$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x + 4| < 3$;

b) $2 \cdot |x - 2| + 7 \leq 13$;

c) $|2x - 1| < 7$.

4. Calculați:

a) $\left(-\frac{15}{16}\right) \cdot \left(+\frac{28}{25}\right) - \left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(+\frac{15}{18}\right)$;

b) $\left(-\frac{16}{21}\right) \cdot \left(+1\frac{3}{32}\right) - \left(-\frac{26}{45}\right) \cdot \left(+\frac{10}{13}\right)$;

c) $\left(-\frac{7}{10} + \frac{8}{15}\right) : \left(-\frac{4}{15}\right) - \left(-\frac{8}{15} + \frac{9}{20}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right)$;

d) $\left[-\frac{4}{7} + \left(-\frac{3}{35}\right) : \left(-\frac{9}{25}\right)\right] : \left(-\frac{2}{7}\right)$.

5. Determinați valorile întregi ale lui n , pentru care:

a) $\frac{n+9}{n+1} \in \mathbb{Z}$;

b) $\frac{2n+16}{n+2} \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{4n+33}{2n-1} \in \mathbb{Z}$;

d) $\frac{3n+19}{2n+1} \in \mathbb{Z}$.

6. Împărțind numerele 229, 197 și 263 la același număr natural nenul, se obțin câturile nenule și resturile 13, 17 și, respectiv, 11. Aflați toate valorile împărțitorului.

7. Determinați numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 12$ și $[a; b] = 360$.

8. Determinați cel mai mic număr natural nenul, știind că împărțindu-l pe rând la 27, 36 și, respectiv, 48, se obțin câturile nenule, iar resturile egale cu 21, 30 și, respectiv, 42.

9. Determinați cifrele a și b , astfel încât relațiile de mai jos să fie adevărate:

a) $12 \mid 4a9b$;

b) $18 \mid 7a3b$;

c) $36 \mid 5a4b$;

d) $45 \mid 2a7b$.

10. a) Determinați numerele naturale nenule x, y, z și t , direct proporționale cu numerele $0,25, 0,(3), 0,5$ și, respectiv, $0,1(6)$ și a căror sumă este egală cu 270.

b) Determinați numerele naturale nenule a, b, c , direct proporționale cu numerele 8, 12 și, respectiv, 18, iar $abc = 84^3$.

c) Determinați numerele naturale nenule a, b, c , invers proporționale cu numerele $0,1(6), 0,0(5)$ și, respectiv, $0,041(6)$, iar $4a + 3b - 2c = 120$.

11. a) Arătați că, numărul $A = 2^{n+3} \cdot 8^{n+1} + 3 \cdot 2^{n+1} \cdot 8^n - 15 \cdot 2^{n+2} \cdot 8^n$ se divide cu 10, pentru orice număr natural n .

b) Arătați că, numărul $A = 7 \cdot 2^{n+1} \cdot 15^n - 5 \cdot 3^{n+1} \cdot 10^n + 2^{n+2} \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n$ este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n .

c) Arătați că, pentru orice număr natural n , numărul a este divizibil cu 17, unde

$$a = 2^{2n+3} \cdot 3^{n+1} - 5 \cdot 2^{2n+1} \cdot 3^{n+2} + 7 \cdot 2^{n+2} \cdot 6^{n+1}.$$

TESTUL 3

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-18 + 12) \cdot [(-8) \cdot (+4) - (-5) \cdot (+6) - (-28) : (+7)] \text{ și}$$

$$b = (-17 + 14) \cdot [(-6) \cdot (+4) - (-7) \cdot (+3) - (-45) : (+9)].$$

Calculați valoarea numărului $n = \frac{a}{b}$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-2 + 5) \cdot [(-32) : (+4) + (-42) : (+7) - (-35) : (+5)] \text{ și}$$

$$y = (-9 + 7) \cdot [(-3) \cdot (-8) - (-4) \cdot (-9) - (-2) \cdot (+9)].$$

Calculați valoarea numărului $n = x - y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $23 - 3(4 - 5x) = 41$;

c) $2(4x - 13) - 3(x + 3) + 13 = 2(2x + 7) - 29$;

b) $15 + 7x - 2(x - 5) = 6(2x + 5) - 26$;

d) $2(3x + 5) - 5(1 - 2x) = 7(2x - 3) + 18$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $3(x - 1) \leq 2(x - 3) + 7$;

c) $3(4 - 3x) + 2(5x - 3) \leq 12 - x$;

b) $2x + 9 - 3(x - 2) \leq 4(3 - x) + 18$;

d) $3(2x - 5) - 4(1 - 2x) \leq 6(2x + 3) - 25$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x - 2| \leq 3$;

b) $|2x + 7| < 5$;

c) $|2x - 1| + 7 < 12$.

5. a) Se consideră mulțimile $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{18}{x-2} \in \mathbb{N}\right\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{24}{x+3} \in \mathbb{N}\right\}$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$,

$A \setminus B$ și $B \setminus A$.

b) Se consideră mulțimile $A = \left\{x \in \mathbb{Z}^* \mid \frac{15}{2x-1} \in \mathbb{Z}\right\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{21}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$,

$A \setminus B$ și $B \setminus A$.

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{32}{27}\right) \cdot \left(-\frac{45}{48}\right) - \left(-\frac{25}{36}\right) \cdot \left(-\frac{12}{10}\right);$

b) $\left(-\frac{14}{15}\right) : \left(+\frac{21}{10}\right) + \left(-\frac{28}{45}\right) : \left(-\frac{21}{20}\right);$

c) $\left(-\frac{8}{15} + \frac{7}{10}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{5}{12} + \frac{9}{16}\right) : \left(-1\frac{3}{32}\right);$

d) $\left(-\frac{16}{21} + \frac{9}{14}\right) : \left(-\frac{15}{28}\right) + \left(-\frac{7}{18} + \frac{5}{24}\right) : \left(+\frac{13}{48}\right).$

7. a) Se consideră numerele naturale nenule a și b , care au produsul egal cu 3024 și $(a; b) = 12$. Determinați minimul sumei $a + b$.

b) Determinați toate numerele naturale n , cuprinse între 1200 și 4800, care împărțite pe rând la 20, 28 și 36 dau de fiecare dată câturile nenule și restul egal cu 13.

8. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele x și y , dacă:

a) $3 \mid \overline{2x7y}$, unde $y = x + 2$;

b) $9 \mid \overline{1x3y}$, unde $y = x - 1$;

c) $2 \mid \overline{x53y}$, unde $x = y - 2$;

d) $5 \mid \overline{x92y}$, unde $x = y + 4$.

9. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele a și b , dacă:

a) $12 \mid \overline{3a4b}$;

b) $15 \mid \overline{6a2b}$;

c) $18 \mid \overline{2a7b}$;

d) $36 \mid \overline{5a6b}$;

e) $45 \mid \overline{1a6b}$.

10. a) Arătați că numărul $N = 2^{n+4} - 3 \cdot 2^{n+3} + 7 \cdot 2^{n+2} - 5 \cdot 2^{n+1} + 3 \cdot 2^n$ este divizibil cu 13, pentru orice număr natural n .

b) Arătați că numărul $A = 4 \cdot 3^{n+2} \cdot 5^{n+1} - 2 \cdot 3^n \cdot 5^{n+2} - 14 \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n$ este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n .

11. Numerele 411, 333 și 255, împărțite la același număr natural n , dau câturile nenule și resturile egale cu 11, 13 și, respectiv, 15. Determinați valorile pe care le poate lua n .

12. Prețul unui obiect s-a scumpit cu 20%. După un anumit timp, noul preț s-a micșorat cu 25%. După aceste două modificări de preț, prețul actual al obiectului este egal cu 270 lei. Care a fost prețul inițial al obiectului?

13. Determinați numerele naturale nenule a și b , știind că 40% din a reprezintă 75% din b și că $2a + 3b = 216$.

14. Arătați că fracțiile $\frac{4n+7}{10n+17}$, $\frac{6n+7}{8n+9}$ și $\frac{7n+12}{3n+5}$ sunt ireductibile, pentru orice numere naturale n .

TESTUL 4

1. Se consideră numerele:

$a = (-25 + 30)[(+8) \cdot (-5) - (+4) \cdot (-9)],$

$b = (-18 + 22)[(-7) \cdot (-5) + (+14) \cdot (-3)],$

$c = (-32 + 28)[(-54) : (+9) + (-56) : (-8) + (+42) : (-7)]$ și

$d = (-40 + 36)[(-60) : (-5) + (-42) : (-7) + (+40) : (-5)].$

Calculați $a - b$ și $c - d$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $4(x - 2) + 5 = 2x + 9;$

b) $3(2x - 1) - 7 = 4x + 6;$

c) $9x - 16 - 2(3x - 5) + 13 = 5(2x - 7) - 3(3x - 8);$

d) $8 + 3(7 - 2x) + 8x = 5(3x + 4) - 7(2x - 5).$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $3(x-5)+7 < 2(x+2)-9$;

b) $2(2x-3)+9 \leq 3(x-2)+13$;

c) $6(x+4)-2(2x+5) \leq x+18$;

d) $3(2x+7)-13 \leq 5(2x+3)-2(3x+5)+15$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x-2| < 5$;

b) $|2x-5| < 9$;

c) $2|2x+3|-9 < 5$;

d) $3(2x+7)-13 \leq 5(2x+3)-2(3x+5)+15$;

e) $3(2x+9)-2(x+4)-15 < 3(x+5)-8$.

5. Determinați valorile întregi ale lui n , pentru care:

a) $\frac{n+3}{n-1} \in \mathbb{Z}$;

b) $\frac{2n+5}{n-2} \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{4n+13}{2n-1} \in \mathbb{Z}$;

d) $\frac{5n+13}{2n+1} \in \mathbb{Z}$.

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{7}{12} + \frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{8}{15}\right) + \left(-\frac{7}{24}\right) \cdot \left(+\frac{16}{21}\right)$;

b) $\left(-\frac{8}{15} + \frac{3}{10}\right) : \left(-\frac{14}{15}\right) + \left(-\frac{2}{9} + \frac{1}{12}\right) : \left(-\frac{5}{9}\right)$;

c) $\left(-\frac{5}{21} + \frac{9}{14}\right) : \left(-2\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{12}\right) : \left(-1\frac{7}{8}\right)$;

d) $\left(-\frac{5}{12} + \frac{4}{9}\right) \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{18} - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(+3\frac{3}{8}\right)$.

7. Numerele 1530, 813 și 1027, împărțite la același număr natural nenul n , dau câturile nenule și resturile egale cu 18, 21 și, respectiv, 19. Determinați toate valorile numărului n .

8. Determinați cel mai mic număr natural nenul n care, împărțit pe rând la 24, 28 și 36 dă câturile nenule și, de fiecare dată, restul egal cu 19.

9. Determinați cifrele a și b pentru care:

a) $15 \mid \overline{8a2b}$;

b) $18 \mid \overline{5a4b}$;

c) $12 \mid \overline{9a6b}$.

10. Se consideră numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 21$ și $[a; b] = 315$, unde $(a; b)$ și $[a; b]$ reprezintă c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. ale numerelor a și b . Calculați valorile sumei $a + b$.

11. Arătați că pentru orice numere naturale n , fracțiile de mai jos sunt ireductibile:

a) $\frac{5n+3}{7n+4}$;

b) $\frac{6n+5}{8n+7}$;

c) $\frac{6n+11}{9n+16}$;

d) $\frac{10n+13}{14n+19}$.

12. Demonstrați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, numărul A se divide cu 31, unde:

$$A = 4 \cdot 3^n \cdot 5^{n+2} - 2 \cdot 3^{n+2} \cdot 5^{n+1} + 7 \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n.$$

13. Arătați că numerele naturale a și b sunt prime între ele, pentru orice $n \in \mathbb{N}$:

a) $a = 9n + 13$ și $b = 15n + 22$;

b) $a = 12n + 15$ și $b = 15n + 19$;

c) $a = 12n + 17$ și $b = 9n + 13$;

d) $a = 14n + 11$ și $b = 18n + 13$.

TESTUL 5

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-24 + 27) \cdot [(-7) \cdot (+4) - (+8) \cdot (-3) - (-42) : (-7)] \text{ și}$$

$$b = (-15 + 18) \cdot [(-3) \cdot (-12) + (-13) \cdot (+3) - (-56) : (+8)].$$

Calculați numărul $n = a + 2b$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-5 + 9) \cdot [(-63) : (-7) + (-24) : (+4) - (-35) : (+5)] \text{ și}$$

$$y = (-9 + 12) \cdot [(-7) \cdot (-8) + (+9) \cdot (-6) - (-45) : (-9)].$$

Calculați numărul $n = x + 4y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $2(2x + 5) - 9 = 13;$

c) $3[2(2x - 3) - 9] - 8 = 7;$

b) $42 - 5(2x - 9) = 27;$

d) $3(4x - 5) + 32 = 27 + 2(3x - 2).$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $7 - 2(3 - 2x) \leq 17;$

c) $2[3(2x - 5) - 7] - 3 \leq 1;$

b) $2(2x - 5) - 3 < 7 - x;$

d) $4(2x + 7) - 23 < 2(3x + 5) + 7.$

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x + 1| < 4;$

c) $3 \cdot |2x - 1| - 5 < 16;$

b) $|2x - 3| < 7;$

d) $3[2 \cdot |2x - 5| - 9] - 8 < 7.$

5. Determinați valorile întregi ale lui x , pentru care:

a) $\frac{x+8}{x+2} \in \mathbb{Z};$

b) $\frac{2x+3}{x-3} \in \mathbb{Z};$

c) $\frac{4x+11}{2x+1} \in \mathbb{Z};$

d) $\frac{5x+8}{2x-1} \in \mathbb{Z}.$

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{5}{8} + \frac{7}{12} - \frac{11}{16}\right) : \left(-\frac{7}{16}\right);$

c) $\left(-\frac{2}{9} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{11}\right) + \left(-\frac{7}{36}\right) \cdot \left(+2\frac{4}{7}\right);$

b) $\left(-\frac{9}{28} + \frac{5}{42} - \frac{8}{21}\right) : \left(-1\frac{5}{9}\right);$

d) $\left(-\frac{4}{21} + \frac{5}{28}\right) \cdot (-14) - \left(-3\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{14} + \frac{1}{42}\right).$

7. Împărțind numerele 269, 307 și 389 la același număr natural nenul n , se obțin câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv 11. Aflați toate valorile împărțitorului.

8. Numărul natural n cuprins între 400 și 450, împărțit la 18 și, respectiv, 24, dă câturile nenule și resturile 12 și, respectiv, 18. Determinați valoarea numărului natural n .

9. Determinați cifrele a și b , pentru care:

a) $12 \mid \overline{3a6b};$

b) $15 \mid \overline{9a4b};$

c) $18 \mid \overline{5a8b}.$

10. Se consideră numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 15$ și $[a; b] = 450$. Calculați valorile diferenței $b - a$.

11. Arătați că pentru orice număr natural n , numerele naturale a și b sunt prime între ele, unde:

a) $a = 5n + 7$ și $b = 8n + 11;$

b) $a = 4n + 3$ și $b = 6n + 5;$

c) $a = 8n + 9$ și $b = 10n + 11;$

d) $a = 6n + 7$ și $b = 8n + 9.$

12. Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, numărul A este divizibil cu 30, unde:

$$A = 2^{n+5} - 5 \cdot 2^{n+4} + 7 \cdot 2^{n+3} - 3 \cdot 2^{n+2} + 5 \cdot 2^{n+1} + 9 \cdot 2^n.$$

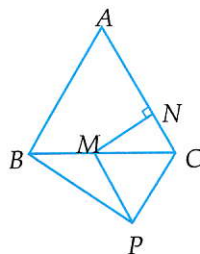
13. Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, numărul A este divizibil cu 33, unde:

$$A = 3^{2n+5} \cdot 7^n - 63^{n+1} - 3^{2n+1} \cdot 7^{n+2}.$$

1. Se consideră triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$ și $AM \equiv AN$, unde $M \in AB$, iar $N \in AC$ și $BN \cap CM = \{P\}$. Arătați că:

- a) $BN \equiv CM$; b) $PM \equiv PN$; c) $AP \perp BC$.

2. În figura alăturată, triunghiurile ABC și PMC sunt echilaterale, punctul M este mijlocul laturii BC , iar punctul N este piciorul perpendicularei duse din M pe latura AC .



- a) Arătați că dreptele AB și CP sunt paralele.
b) Calculați măsura unghiului ABP .
c) Dacă pe semidreapta AB se ia un punct T , astfel încât punctul B să fie interior segmentului AT , iar $BT = \frac{AB}{2}$, arătați că punctele T, M și N sunt coliniare.

3. Se consideră triunghiul ABC , iar punctul D este mijlocul laturii BC , astfel încât $AD \equiv BD \equiv CD$.

- a) Arătați că $\angle BAC = 90^\circ$. b) Dacă $\angle B = 2\angle C$, arătați că $BC = 2AB$.

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC , $AB \equiv AC$, în care punctele D și E sunt mijloacele laturilor AC și AB . Știind că punctul M este simetricul punctului C față de E și N este simetricul punctului B față de D , demonstrați că:

- a) $BD \equiv CE$; b) $AM \equiv AN$; c) punctele M, A, N sunt coliniare.

5. Se consideră triunghiul isoscel ABC , $AB \equiv AC$ și $AM \equiv AN$, unde $M \in AB$ și $N \in AC$, iar $BN \cap CM = \{P\}$. Demonstrați că:

- a) $BN \equiv CM$; b) $\triangle BPC$ este isoscel;
c) semidreapta AP este bisectoarea unghiului BAC .

TESTUL 2

1. Se consideră triunghiul isoscel ABC , cu $N \in AB$ și $P \in AC$, astfel încât $BN \equiv CP$, iar $BP \cap CN = \{M\}$. Arătați că:

- a) $BP \equiv CN$; b) $NP \parallel BC$; c) Triunghiul BMC este isoscel.

2. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle BAC = 90^\circ$, iar punctul D este mijlocul ipotenuzei BC . Se notează cu E simetricul punctului A față de punctul D . Arătați că:

- a) $AB \equiv CE$; b) $\angle ACE \equiv \angle BAC$; c) $AD = \frac{BC}{2}$.

3. În triunghiul ABC , BM și CN sunt înălțimi, $M \in AC$ și $N \in AB$. Pe semidreapta MB se ia punctul P , astfel încât $BP \equiv AC$, punctul B fiind interior segmentului PM , iar pe semidreapta NC se ia punctul T , astfel încât $CT \equiv AB$, punctul C fiind interior segmentului NT . Arătați că:

- a) $\angle ABP \equiv \angle ACT$; b) $AP \equiv AT$; c) $\angle PAT = 90^\circ$.

4. În triunghiul isoscel ABC , $AB \equiv AC$, se iau punctele M și N pe latura BC , astfel încât $BM \equiv MN \equiv NC$, punctele P și Q fiind situate pe laturile AB , respectiv AC , astfel încât $PB \equiv QC$, iar $PN \cap QM = \{T\}$. Arătați că:

- a) $AM \equiv AN$; b) $PN \equiv QM$; c) $AT \perp MN$.

5. În triunghiul isoscel ABC , $AB \equiv AC$, se iau punctele E și F , $E \in AB$ și $F \in AC$, cu $AE \equiv AF$ și $BF \cap CE = \{D\}$. Se prelungesc segmentele BF și CE cu segmentele BG , respectiv CH , unde $BG \equiv CH$, iar punctul B este interior segmentului FG și punctul C este interior segmentului EH . Arătați că:

- a) $\angle ABF \equiv \angle ACE$; b) $\triangle AGH$ este isoscel; c) $AD \perp GH$.

TESTUL 3

1. Se consideră triunghiul echilateral ABC și $M \in BC$, $N \in AB$ și $P \in AC$, astfel încât $BN \equiv CM \equiv AP$. Arătați că triunghiul MNP este echilateral.

2. În triunghiul isoscel ABC , $AB \equiv AC$, $\angle BAC < 60^\circ$, se duc $BM \perp AC$ și $CN \perp AB$, unde $M \in AC$ și $N \in AB$. Fie P simetricul punctului C față de N și T simetricul punctului B față de M . Știind că $BT \cap CP = \{H\}$, arătați că:

- a) $BM \equiv CN$; b) $\triangle APT$ este isoscel; c) $HP \equiv HT$; d) $AH \perp PT$.

3. În triunghiul ABC , BD și CE sunt mediane, $D \in AC$ și $E \in AB$, astfel încât $BD \perp CE$, iar $BD \cap CE = \{G\}$. Știind că $AG \cap BC = \{F\}$, iar $FM \perp CE$ și $FN \perp BD$, cu $M \in CE$ și $N \in BD$, arătați că:

- a) $2AF = 3BC$; b) $FM \equiv GD$; c) $FG \equiv MN$.

4. Se consideră triunghiul ABC cu $A = 90^\circ$, iar pe laturile AB și AC se construiesc în exterior triunghiurile echilaterale ABE și ACF . Știind că $FM \perp AC$ și $EN \perp AB$, cu $M \in AC$ și $N \in AB$, iar $MF \cap NE = \{O\}$, arătați că:

- a) semidreapta FA este bisectoarea unghiului EFB ;
b) $EF \equiv EC \equiv BF$; c) punctul O aparține ipotenuzei BC .

5. În triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle A = 90^\circ$, se ia un punct oarecare $M \in BC$ și se duc $ME \perp AB$, $E \in AB$ și $MF \perp AC$, $F \in AC$. Fie N simetricul punctului M față de F și P simetricul punctului M față de E . Arătați că:

- a) $AP \equiv AN$; b) punctele P , A , N sunt coliniare;
c) triunghiul PMN este dreptunghic, cu $\angle PMN = 90^\circ$.

TESTUL 4

1. În triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, se duc perpendicularele $BM \perp AC$ și $CN \perp AB$, unde $M \in AC$ și $N \in AB$, P este simetricul punctului C față de N și T este simetricul punctului B față de M . Arătați că:

- a) $\triangle APT$ este isoscel; b) $PB \equiv TC$; c) $PT \parallel BC$.

2. Se consideră triunghiul ABC , cu $\angle B = 45^\circ$. Fie punctul P mijlocul laturii AC , iar AM și CN înălțimi în triunghiul ABC , cu $M \in BC$ și $N \in AB$. Arătați că:

- a) $MP \equiv NP$; b) $\angle MPN = 90^\circ$.

3. În triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, pe dreapta BC se iau punctele M și N , astfel încât punctul B este interior segmentului MC , iar punctul C este interior segmentului NB , unde $BM \equiv AB$ și $CN \equiv AC$. Se duc $BT \perp AM$ și $CR \perp AN$, cu $T \in AM$ și $R \in AN$, iar $BT \cap CR = \{P\}$. Arătați că:

- a) $AM \equiv AN$; b) $PM \equiv PN$;
c) punctele A , P și mijlocul laturii BC sunt coliniare.

4. În triunghiul echilateral ABC , $M \in AB$, astfel încât $AM = 2BM$. Prin punctul B se duce o dreaptă paralelă cu latura AC a triunghiului. Știind că această paralelă se intersectează cu semidreapta CM în punctul N , astfel încât $AC = 2BN$, iar punctul P este mijlocul laturii BC , demonstrați că:

- a) semidreapta BM este bisectoarea unghiului CBN ;
 b) $\angle ANB = 90^\circ$;
 c) $AN \equiv AP$.

5. Fie ABC un triunghi oarecare. Prin vârfurile sale se duc paralele la laturile opuse lor. Arătați că vârfurile triunghiului dat sunt mijloacele laturilor triunghiului obținut.

TESTUL 5

1. În triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle C = 2\angle B$, punctul D este mijlocul ipotenuzei BC . Mediatoarea laturii BC intersectează latura AB în punctul E , iar punctul F este mijlocul segmentului BE . Arătați că:

- a) $\triangle DEF$ este echilateral;
 b) $CE \equiv AF$;
 c) $FD \parallel CE$.

2. În triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$ și $BC < AB$, punctele D și E sunt mijloacele laturilor AB și, respectiv, AC . Mediatoarele laturilor AC și AB intersectează dreapta BC în punctul F , respectiv G , iar $EF \cap AB = \{M\}$ și $DG \cap AC = \{N\}$. Arătați că:

- a) $DG \equiv EF$;
 b) $\triangle AFG$ este isoscel;
 c) $MN \parallel BC$.

3. În triunghiul isoscel ABC , $AB \equiv AC$, BD și CE sunt mediane, $D \in AC$ și $E \in AB$, iar $BD \cap CE = \{M\}$. Medianele se prelungesc cu segmentele $BD \equiv BF$ și $CE \equiv CG$, astfel încât punctul B să fie interior segmentului DF , iar punctul C să fie interior segmentului EG . Arătați că:

- a) $\angle ADB \equiv \angle AEC$;
 b) $\triangle AFG$ este isoscel;
 c) $AM \perp FG$;
 d) $BC \parallel FG$.

4. În triunghiul echilateral ABC , $AD \perp BC$, $D \in BC$, punctul E este mijlocul laturii AC , $AD \cap BE = \{H\}$, iar punctul F este simetricul punctului H față de punctul E . Demonstrați că:

- a) $EF = \frac{AH}{2}$;
 b) $\triangle AFC$ este isoscel;
 c) $CF \equiv BH$.

5. Fie ABC un triunghi oarecare. Pe dreapta BC se iau punctele D și E , astfel încât triunghiurile ABD și ACE să fie isoscele, cu punctul B interior segmentului DC și punctul C interior segmentului BE . Știind că $BF \perp AD$, $F \in AD$ și $CG \perp AE$, $G \in AE$, iar $BF \cap CG = \{H\}$, arătați că:

- a) $\triangle AHD$ este isoscel;
 b) $HD \equiv HE$;
 c) semidreapta AH este bisectoarea unghiului BAC .